Subject :

Year . Month . Date . ( )

فصل ۶ « جریان و مقاومت »

جریان الکتریکی : سرعت خالص بار الکتریکی از یک سطح معین .

★ مانند جریان های پایای الکتریکی رسانش در رسانا های فلزی مثل سیم ها می .

$i \rightarrow (A)$ $\qquad i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\,dt \Rightarrow q = \int_0^t i\,dt$

جریان ممکن است ثابت یا متغیر با زمان باشد .

واحد جریان : طبق رابطه زیر $\qquad 1\ A = 1\ C/s$

آمپر

★ جریان کمیتی اسکالر است .

جهت جریان فقط نشان دهنده جهت حرکت حامل های بار است نه بنابه قرارداد در جهت حرکت حامل های بار مثبت فرض می شود .

چگالی جریان : کمیتی برداری است و با بردار $\vec{J}$ نمایش داده می شود .

↳ به معنی جریان گذرنده از واحد سطح است .

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

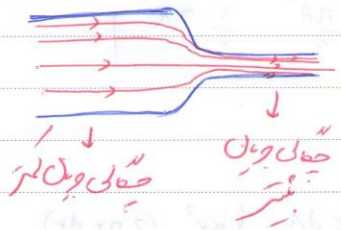
اگر $\vec{J} \parallel d\vec{A}$ ، یکنواخت $\vec{J}$ $\Rightarrow \vec{J} \cdot d\vec{A} = J\,dA$

$$i = \int J\,dA = J \int dA = JA$$

$$\rightarrow J = \frac{i}{A} \quad \left(\frac{A}{m^2}\right)$$

خط های جریان : مشابه خطوط میدان هستند و جهت جریان را نشان می دهند .

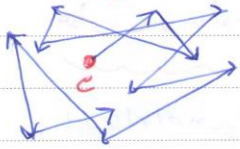
فاصله بین خطوط نشان دهنده چگالی جریان است .



در هر دو طرف مقدار جریان یکی است
اما چگالی جریان تغییر کرده است.

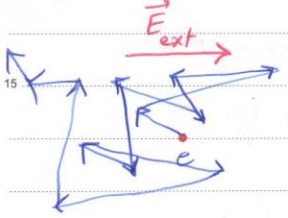
سرعت سوق (Drift velocity)

بدون اعمال میدان خارجی، الکترون‌های آزاد در جسم رسانا حرکت نامنظم و کاتوره‌ای دارند.
این حرکت با سرعت بالایی انجام می‌شود. اما منجر به جابجایی خالص الکترون از یک سطح مقطع مشخص نمی‌شود.



سرعت حرکت کاتوره‌ای $\approx 10^{6}\ m/s$

با اعمال یک اختلاف پتانسیل (میدان) خارجی، الکترون‌ها نیز کاتوره‌ای ولی با سرعت سوق v_d در جهت مخالف میدان اعمال شده رانده می‌شوند.



سرعت سوق $v_d \approx 10^{-4} - 10^{-5}\ m/s$

رابطه بین سرعت سوق و چگالی جریان:

قطعه سیمی به طول ℓ در نظر بگیرید با سطح مقطع A و تعداد الکترون‌ها در واحد حجم آن n باشد.

$$J = \frac{i}{A} = \frac{q/t}{A} = \frac{Ne}{At} = \frac{(nA\ell)e}{At} = \frac{n\ell e}{t} = nv_d e$$

($\ell = v_d t$)

$$\boxed{\vec{J} = ne\vec{v}_d}$$

مثال: سیمی به شعاع R و چگالی جریان J داریم.

الف) با فرض J یکنواخت، جریان گذرنده از سطح $\frac{R}{2}$ تا R سیم را محاسبه کنید.

ب) با فرض $J = ar^2$ ، " " " " " " "

Subject:

Year. Month. Date. ( )

حل: الف) $J = \frac{i}{A}$ $\quad A = \pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = \frac{3}{4}\pi R^2$

$\rightarrow i = J\left(\frac{3}{4}\pi R^2\right)$

ب) $J = ar^2 \rightarrow i = \int \vec{J}.\vec{dA} = \int J\,dA = \int ar^2\,(2\pi r\,dr)$

$= 2\pi a \int r^3 dr = 2\pi a \frac{r^4}{4}\Big|_{R/2}^{R} = \frac{15}{32}\pi a R^4$

مقاومت و مقاومت ویژه:

با اعمال اختلاف پتانسیل V به دوسر رساناهایی (با شکل های متفاوت، جریان های متفاوتی در آنها برقرار می شود.

که این پدیده به دلیل مقاومت آنها در مقابل الکتریکی است.

$R = \frac{V}{i}$ تعریف مقاومت الکتریکی $\quad 1\,\Omega = 1\,V/A$

نماد مقاومت در مدار: —/\/\/\—

مقاومت ویژه:

چگالی جریان در رساناها ($\vec{J}$) به میدان الکتریکی $\vec{E}$ و خواص رسانا بستگی دارد.

این رابطه بصورت زیر است:

$\vec{E} = \rho \vec{J}$ یا $\vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma \vec{E}$

تعریف مقاومت ویژه $\quad \rho = \frac{E}{J}$

رسانندگی

بر طبق رابطه فوق، هرچه مقاومت ویژه بزرگتر باشد، برای ایجاد یک چگالی جریان معین، به میدان الکتریکی بزرگتری نیاز داریم.

Subject :
Year . Month . Date . ( )

یکای مقاومت ویژه : $\Omega.m$ (اهم ـ متر)

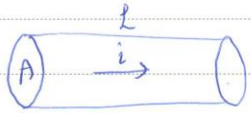
* مقاومت ویژه برای رسانای کامل صفر و برای عایق کامل بینهایت است.

بهترین رساناها : فلزات و آلیاژهای آنها

نکته : مقاومت ویژگی جسم و مقاومت ویژه ویژگی ماده است.

محاسبهٔ مقاومت با استفاده از مقاومت ویژه :

برای یک رشته سیم به مقطع یکنواخت A و طول ℓ که اختلاف پتانسیل V به دوسر آن اعمال شده باشد :



$$E = \frac{V}{\ell} \quad , \quad J = \frac{i}{A}$$

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/\ell}{i/A} = \frac{VA}{\ell i} = R\frac{A}{\ell} \Rightarrow \boxed{R = \rho\frac{\ell}{A}}$$

نکته مهم : این فرمول فقط برای رساناهای همسانگرد همگن با سطح مقطع یکنواخت قابل استفاده است.

تغییر مقاومت ویژه با دما :

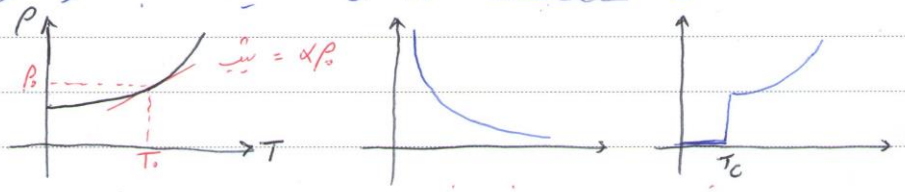
$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

T_0 : دمای مرجع (معمولاً $T = 293k$ دمای اتاق)

ρ_0 : مقاومت ویژه در دمای T_0

α : ضریب دمایی مقاومت ویژه (K^{-1} یا $^\circ C^{-1}$)

* مقاومت ویژه رساناهای فلزی تقریباً همیشه با افزایش دما به صورت زیر افزایش می‌یابد :

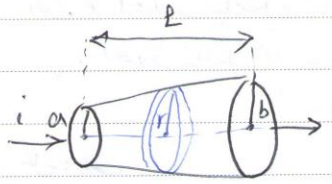


رسانا نیمرسانا ابررسانا

Subject:

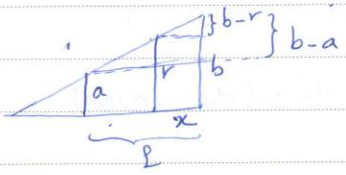
Year. Month. Date. ( )

مثال: در شکل زیر رسانایی به شکل مخروط ناقص با مقاومت ویژه ρ و شعاعهای a و b در دو طرف رسانا نشان داده شده است که جریان i از آن برقرار است. طول رسانا ℓ است. با فرض این که جریان i بر سطح مقطع مخروط عمود و در هر سطح مقطع یکنواخت باشد، مقاومت این رسانا را محاسبه کنید.



حل: $R = \int dR = \int \rho \frac{dx}{\pi r^2}$

برای حل انتگرال باید رابطه‌ای بین x و r نوشت.



$$\frac{b-r}{b-a} = \frac{x}{\ell} \rightarrow r = b + \frac{x}{\ell}(a-b)$$

$$\rightarrow R = \frac{\rho}{\pi} \int_0^{\ell} \frac{dx}{\underbrace{\left[b + \frac{x}{\ell}(a-b)\right]^2}_{u}} \qquad du = \frac{(a-b)}{\ell} dx$$

$$\rightarrow R = \frac{\rho}{\pi} \left(\frac{\ell}{a-b}\right) \int \frac{du}{u^2} = \frac{\rho \ell}{\pi (a-b)} \left[\frac{-1}{u}\right]$$

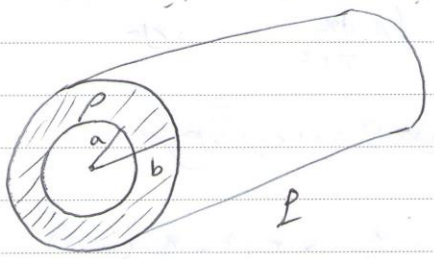
$$= \frac{\rho \ell}{\pi (a-b)} \left[\frac{-1}{b + \frac{x}{\ell}(a-b)}\right]_0^{\ell}$$

$$= \frac{\rho \ell}{\pi (a-b)} \left[\left(\frac{-1}{a}\right) - \left(\frac{-1}{b}\right)\right] = \frac{\rho \ell}{\pi (a-b)} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right]$$

$$= \frac{\rho \ell}{\pi (a-b)} \left(\frac{a-b}{ab}\right) = \underline{\frac{\rho \ell}{\pi ab}}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال:
مقاومت یک استوانه رسانای توخالی (با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b) با مقاومت ویژه ρ و طول ℓ را حساب کنید اگر:
الف) اختلاف پتانسیل V به دو سر استوانه اعمال شود.
ب) اختلاف پتانسیل V به سطوح داخلی و خارجی استوانه اعمال شود و جریان شعاعی برقرار شود.



حل: الف:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} = \rho \frac{\ell}{\pi(b^2 - a^2)}$$

(جریان در راستای محور استوانه خواهد بود)

ب) حال در این حالت سطح مقطع عمود بر جریان ثابت نیست از روش انتگرال گیری استفاده می‌کنیم.

$$dR = \rho \frac{d\ell}{A} = \rho \frac{dr}{2\pi r \ell}$$

(این بصورت یک استوانه نازک به شعاع داخلی r و شعاع خارجی r+dr و طول ℓ می‌باشد)

$$R = \frac{\rho}{2\pi\ell} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi\ell} \ln\frac{b}{a}$$

مثال: مقاومت سیمی به طول ℓ و سطح مقطع A برابر R است. اگر سیم را با سیم آلیاژی آن دو برابر شود، مقاومت آن به چه مقداری می‌رسد؟ فرض کنید که در اثر کشش حجم و مقاومت ویژه تغییر نمی‌کند.

حل کنید.

مثال: ناحیه بین دو کره هم مرکز رسانا به شعاعهای a و b از ماده‌ای رسانا با مقاومت ویژه ρ پر شده است. نشان دهید مقاومت بین کره‌ها عبارت است از:

$$R = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

P4PCO

Subject :

Year . Month . Date . ( )

قانون اهم :

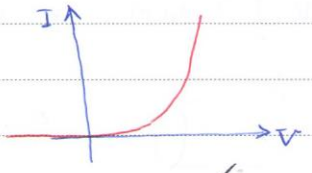
جریان گذرنده از هر قطعه همواره بطور مستقیم متناسب با اختلاف پتانسیلی است که به دو سر آن اعمال می‌شود یعنی : $I \propto V$

شیب $= \frac{1}{R}$ (ثابت)

اگر در یک قطعه رسانا، مقاومت الکتریکی مستقل از مقدار و قطبیت V اعمال شده باشد ← رسانای اهمی

↓

در غیر این صورت ← غیر اهمی است (مثل دیود)

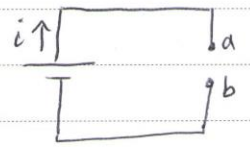


از دیدگاه میکروسکوپیک : ماده رسانا وقتی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت ویژه آن مستقل از مقدار و جهت میدان الکتریکی وارد بر آن باشد .

قانون اهم از دیدگاه خرد-مقیاس

← مطالعه شود .

توان در مدارهای الکتریکی



$V_a > V_b$

بار dq در انتقال از a به b به مقدار V انرژی پتانسیل دارد . پس انرژی پتانسیل U به مقدار dU کاهش می‌یابد :

$$dU = V dq = V i dt \rightarrow \frac{dU}{dt} = Vi \quad (J/s = W)$$

آهنگ انتقال انرژی (P) توان

در یک مقاومت : $P = Vi = (iR)i = i^2R$ یا $\frac{V^2}{R}$

(اتلاف مقاومتی)

PqPCO